Kurvendiskussion Teil I

Nullstellenbestimmung:

- setze f(x)=0 (Versuche, durch eine Multiplikation mit einer Zahl c (Hauptnenner), alle a_i ganzzahlig zu machen! Das erleichtert oft das Rechnen) **Die Multiplikation mit einer Zahl c ist <u>nur</u> bei der Nullstellenbestimmung erlaubt, da sich auf der rechten Seite 0 · c = 0 ergibt.**
- falls a_0=0 ist, klammere x oder eine Potenz von x aus x_1=0 ist Nullstelle
- ansonsten suche eine Nullstelle x_1 unter den Teilern von a_0 und dividiere f durch (x-x_1)
- untersuche nun den verbleibenden Term auf weitere Nullstellen
- benutze ab Grad 2 die Lösungsformel
- Beachte schon hier, daß mehrfache Nullstellen eine waagerechte Tangente besitzen, insbesondere **bei gerader Vielfachheit** ein **Extrempunkt** vorliegt.

Symmetrie

- setze für x in den Funktionsterm –x ein und prüfe ob sich
  f(x) ergibt (Achsensysmmetrie zur y-Achse) oder
  –f(x) ergibt (Punktsymmetrie zum Ursprung)
- oder folgere aus dem Auftreten von
  nur **geraden** Exponenten (d.h. auch a_0 kann ungleich Null sein) auf
Achsensysmmetrie
  nur **ungeraden** Exponenten auf die **Punktsysmmetrie**

Punkte mit waagerechter Tangente (Hochpunkt, Tiefpunkt, Terassenpunkt)

- bilde die 1. Ableitung f´ von f
- bestimme nach obigem Schema die Nullstellen der 1. Ableitung
- stelle die 1. Ableitung in faktorisierter Form dar
- ordne die Nullstellen nach der Größe, beginne mit der kleinsten
- untersuche das Vorzeichen von f´(x) in den durch die Nullstellen getrennten Intervallen anhand der faktorisierten Form (bestimme dabei das Vorzeichen jedes Faktors)
- *Hinweis*: Wenn man das Vorzeichen der Ableitungsfunktion im Intervall links neben der kleinsten Nullstelle bestimmt hat, kann man anhand der Vielfachheit der Nullstellen sofort entscheiden, ob ein Vorzeichenwechsel beim Überschreiten der nächsten Nullstelle auftritt.
  ungerade Vielfachheit z.B. (x-2) oder $(x-2)^3$: Vorzeichenwechsel
  gerade Vielfachheit z.B. $(x-2)^2$ oder $(x-2)^4$: kein Vorzeichenwechsel
- bestimme aus der Monotonie links und rechts des Punktes mit waagerechter Tangente die Art des Punktes

Tangentengleichungen durch einen Punkt $P(x_0|y_0)$ von G_f

- bestimme f´(x_0) = m
- setze in y=mx+t x_0, y_0, m ein und berechne t

Tangentengleichungen mit einer gegeben Steigung m

- setze f´(x)=m und berechne x, d.h. berechne die Nullstellen von f´(x)m=0
- berechne y=f(x) und setze in y=mx+t x, y, m ein und berechne t