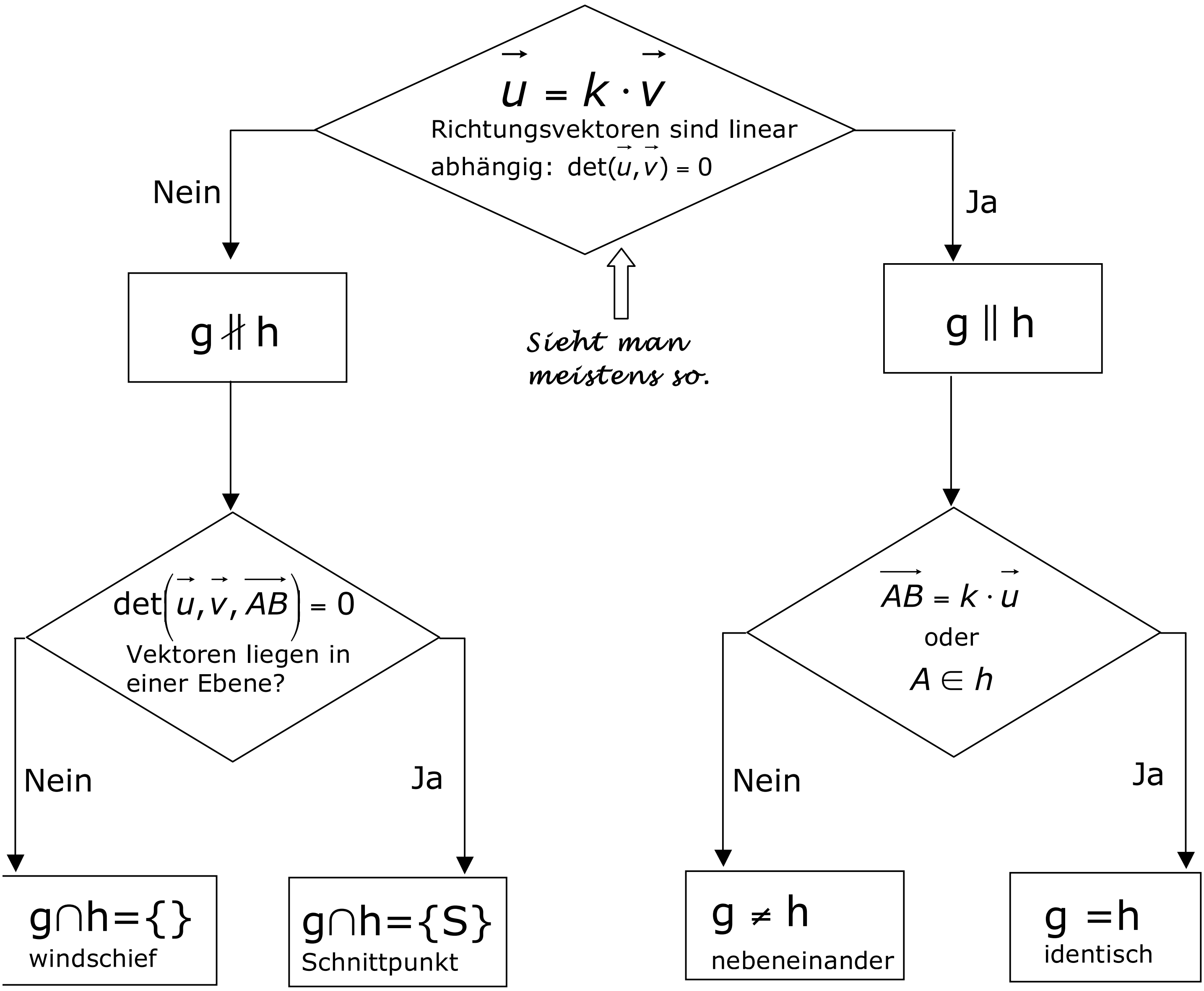
Entscheidungsbaum
- Schnitt zweier Geraden -

Gegeben sind zwei Geraden:

$$g: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{u} \text{ und } h: \vec{x} = \vec{b} + s \cdot \vec{v}$$



Beispiel 1:
Überprüfe die Lage der Geraden
$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lösung

1. Schritt: Da die Richtungsvektoren keine Vielfachen voneinander sind, sind die Geraden nicht parallel.

2. Schritt: $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, und A=(1|0|-1), B=(0|-2|4), $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ -2-0 \\ 4-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Untersuchen der Determinante:
$$D = \left| \vec{u}\vec{v}\overrightarrow{AB} \right| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -7 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -30 + 28 - 1 + 21 + 4 - 10 \neq 0$$

d.h. die Vektoren sind linear unabhängig und liegen damit nicht in einer Ebene. Die Geraden sind somit windschief.

Beispiel 2:
Überprüfe die Lage der Geraden
$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix} \text{ und } h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Lösung

1. Schritt: Da die Richtungsvektoren keine Vielfachen voneinander sind, sind die Geraden nicht parallel.

2. Schritt: $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, und A=(1|0|-1), B=(7|-5|-6), $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 7-1 \\ -5-0 \\ -6-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ -5 \end{pmatrix}$

Untersuchen der Determinante:
$$D = \left| \vec{u}\vec{v}\overrightarrow{AB} \right| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 6 \\ 1 & -3 & -5 \\ -7 & 1 & -5 \end{vmatrix} = 30 + 70 + 6 - 126 + 10 + 10 = 0$$

d.h. die Vektoren sind <u>linear abhängig</u> und liegen in einer Ebene. Es existiert ein Schnittpunkt. Durch das Lösen des linearen Gleichungssystem folgt als Schnittpunkt S(3|1|-8).